Kapitel 5 - Raumzeigerdarstellung

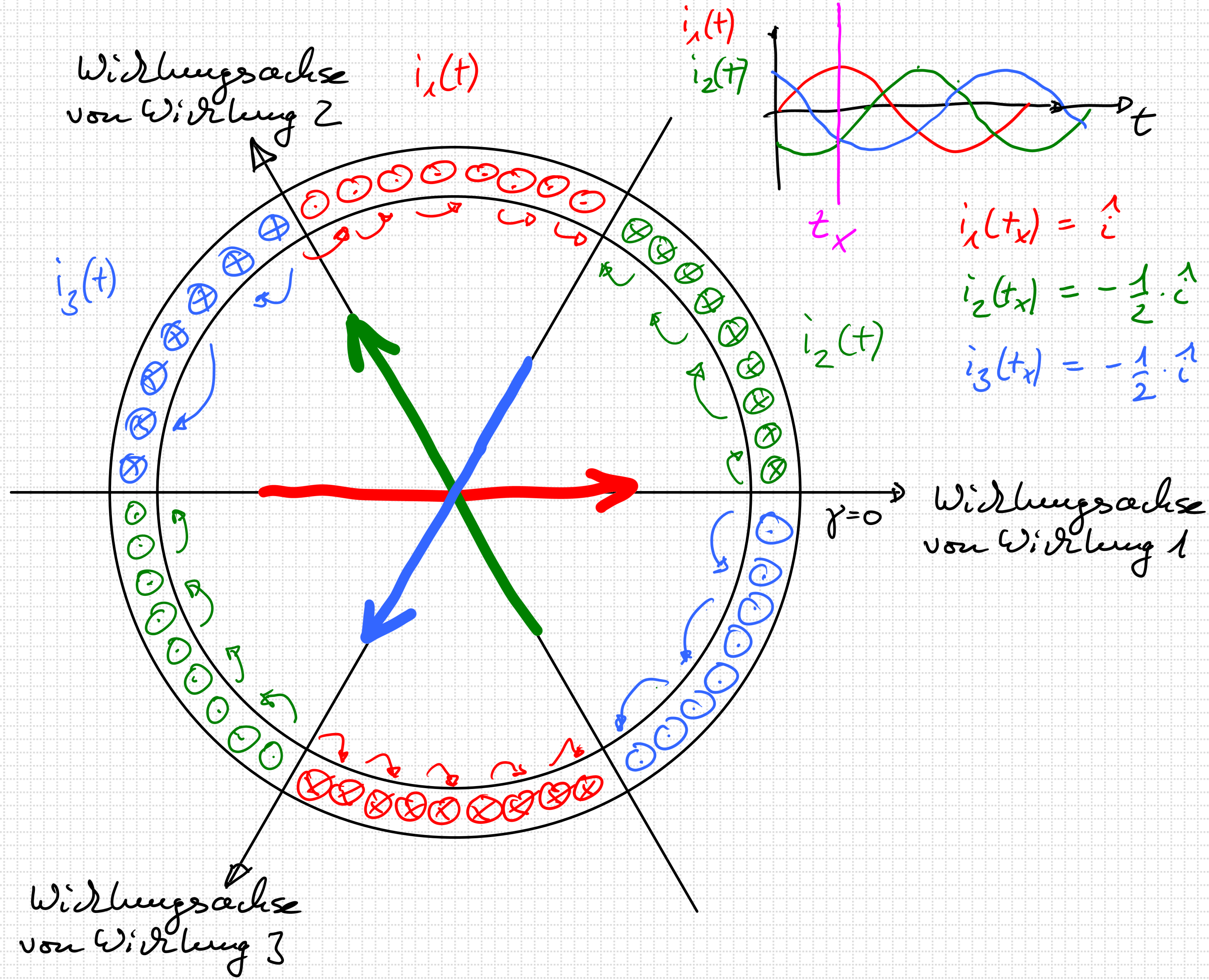
Elektrotechnisches Institut – Elektrische Antriebe und Leistungselektronik

Vorlesung

Regelung Leistungselektronischer Systeme

Sommersemester 2022

Dr.-Ing. Andreas Liske



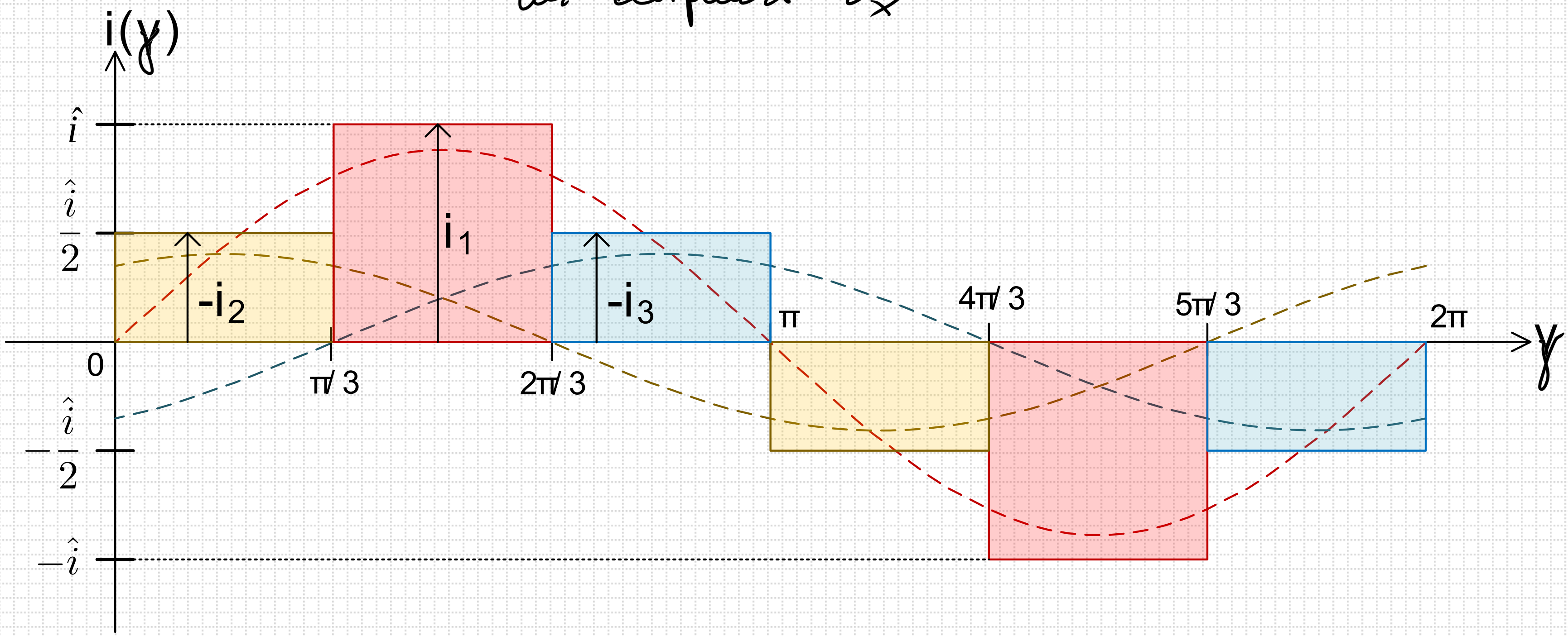
$$i_1(t_x) = \hat{i}$$

$$i_2(t_x) = -\frac{1}{2}\cdot\hat{i}$$

$$i_3(t_x) = -\frac{1}{2}\cdot\hat{i}$$

Strombelag des Stators

über dem Winkel der Maschine (Umfang)
im Zeitpunkt t_x



Definition

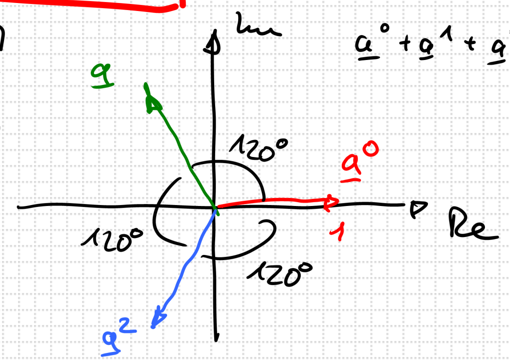
"Raumzeiger" : (RZ)

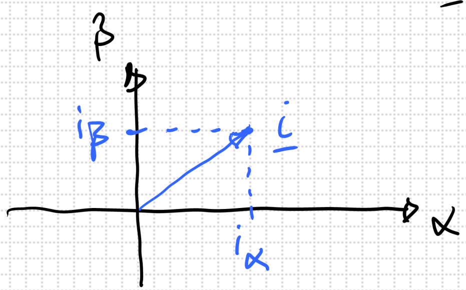
$$\boxed{\underline{i} = \frac{2}{3}\left(i_1 + \underline{a}\cdot i_2 + \underline{a}^2 \cdot i_3 \right)}$$

mit $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\underline{a}^0 + \underline{a}^1 + \underline{a}^2 = 0$





$$\underline{i} = \begin{Bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{Bmatrix} = i_\alpha + j\, i_\beta$$

- Die Richtung des RZ ist an der Wicklungsachse von i_1 des Statordrehstromsystems orientiert:
  "Statorfestes Koordinatensystem" / $\alpha\beta$-Koord.-System
  α-Achse $\hat{=}$ Wicklungsachse 1
- i_1, i_2, i_3 sind beliebige Skalare; Bei Maschinen: Drehstromsystem
- Länge des RZ $\sim$ Stromstärke (Betrag der Skalare)
- Der Raumzeiger ist ein Momentanwert $\underline{i}(t)$

Konstruktion Stromraumzeiger aus Stranggrößen

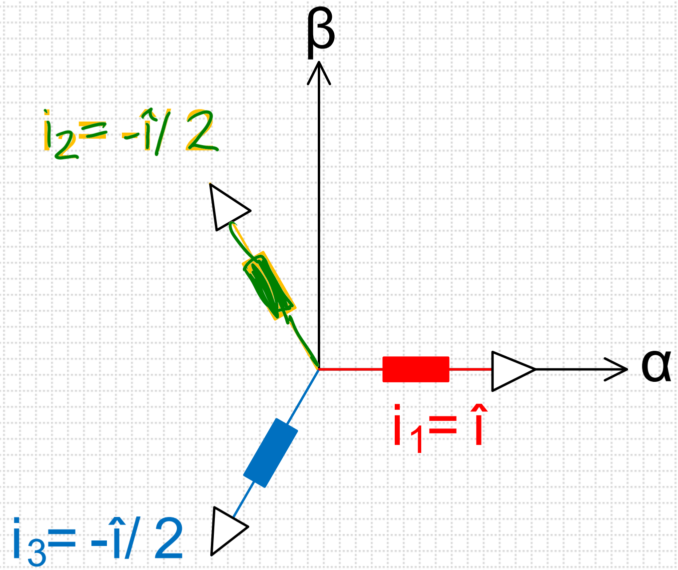
im Zeitpunkt t_x

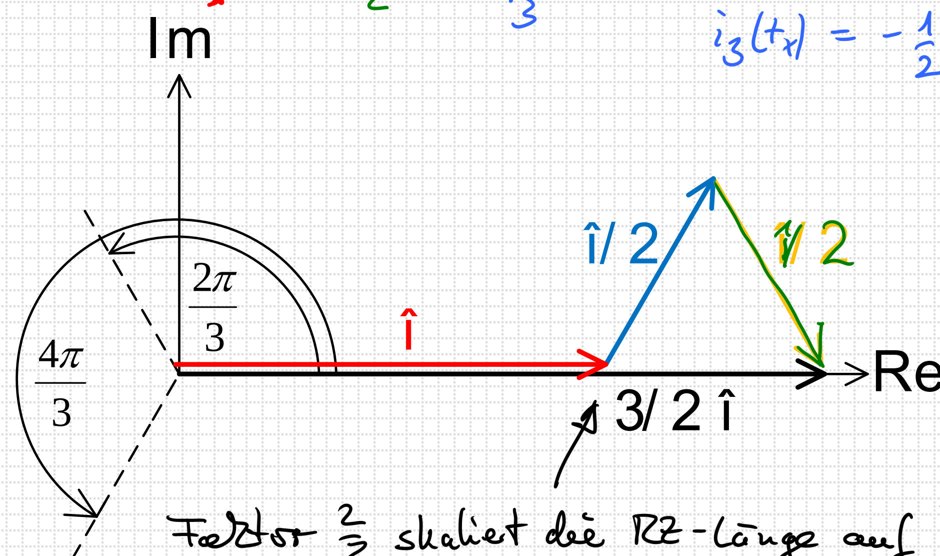
$$\underline{i} = \frac{2}{3}\left(\underbrace{i_1 \underline{a}^0}_{i_1} + \underbrace{i_2 \underline{a}^1}_{i_2} + \underbrace{i_3 \underline{a}^2}_{i_3}\right)$$

$i_1(t_x) = \hat{i}$

$i_2(t_x) = -\frac{1}{2} \cdot \hat{i}$

$i_3(t_x) = -\frac{1}{2} \cdot \hat{i}$

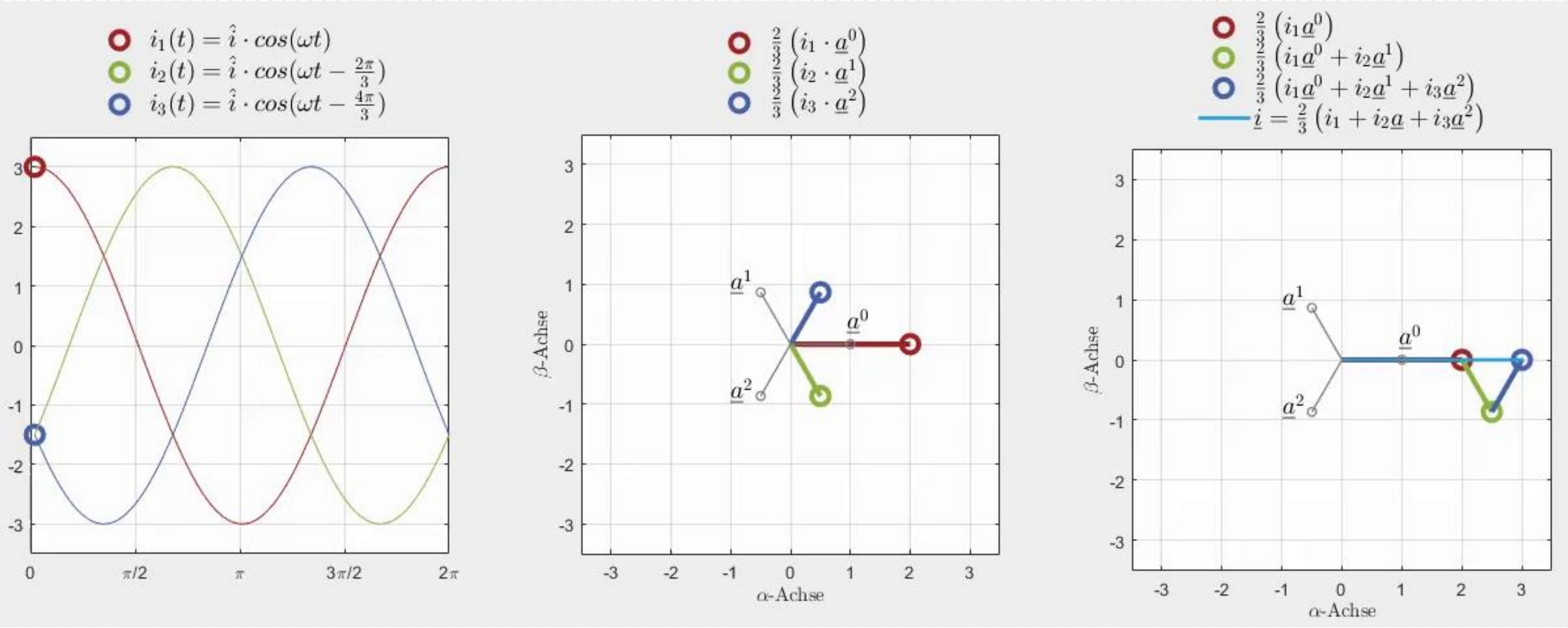




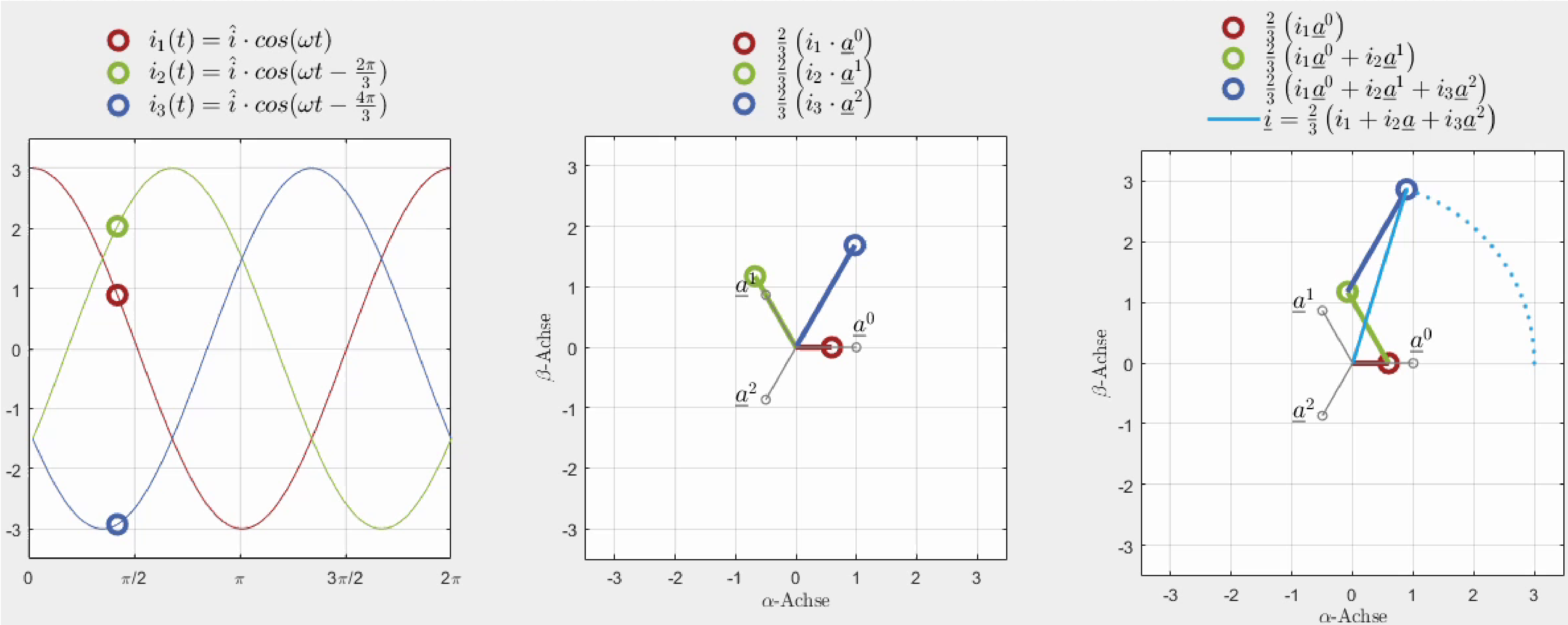
Faktor $\frac{2}{3}$ skaliert die RZ-Länge auf $\hat{i}$

→ Amplitudeninvariante Transformation

Momentaufnahme aus Raumzeiger-Animation



Momentaufnahme aus Raumzeiger-Animation



Gleichanteil des Raumzeigers

(RZ-Definition:
$$\underline{i} = \frac{2}{3}\left(i_1 + \underline{a}\cdot i_2 + \underline{a}^2\cdot i_3\right)$$)

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= i_g + \hat{i}\cdot\cos(\omega t + \varphi)\\ i_2 &= i_g + \hat{i}\cdot\cos(\omega t - \tfrac{2\pi}{3} + \varphi)\\ i_3 &= i_g + \hat{i}\cdot\cos(\omega t - \tfrac{4\pi}{3} + \varphi)\end{aligned}\right\}$$ Drehstromsystem mit Gleichanteil i_g

einsetzen in RZ-Definition:

$$\underline{i} = \frac{2}{3}\Big[\left(i_g + \hat{i}\cdot\cos(\omega t + \varphi)\right)\cdot \overset{a^0}{1} + \left(i_g + \hat{i}\cdot\cos(\omega t - \tfrac{2\pi}{3} + \varphi)\right)\cdot \overbrace{\left(-\tfrac{1}{2} + j\tfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}^{a}$$
$$+ \left(i_g + \hat{i}\cdot\cos(\omega t - \tfrac{4\pi}{3} + \varphi)\right)\cdot \underbrace{\left(-\tfrac{1}{2} - j\tfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}_{a^2}\Big]$$

$$= \frac{2}{3}\Big[i_g\underbrace{\left(1 - \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\right)}_{=0} + i_g\underbrace{\left(j\tfrac{\sqrt{3}}{2} - j\tfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}_{=0} + (\text{Terme ohne } i_g)\Big]$$

$$= \hat{i}\cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

⇒ Gleichanteil hat keinen Einfluss auf den RZ!

Er bewirkt aber eine Nullkomponente:

$$\boxed{i_0 = \frac{1}{3}\left(i_1 + i_2 + i_3\right)}$$

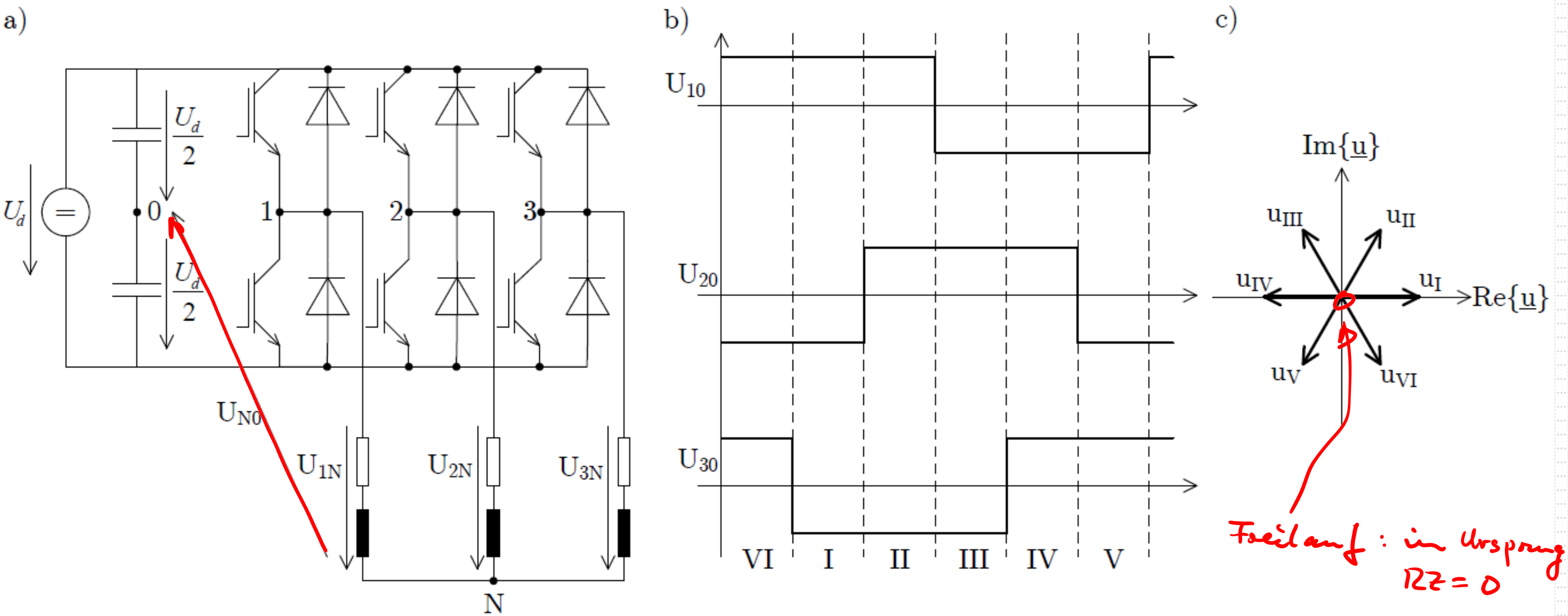
⇒ Vollständige RZ-Transformation:

$123 \rightarrow \alpha\beta 0$

Spannungsraumzeiger

$\underline{u} = \frac{2}{3}\left(u_{10}\cdot \underline{a}^0 + u_{20}\cdot \underline{a}^1 + u_{30}\underline{a}^2\right)$ $\qquad \dot{\underline{\Psi}} = \underline{u}$

→ siehe auch "Raumzeiger_sign_i123.mp4"



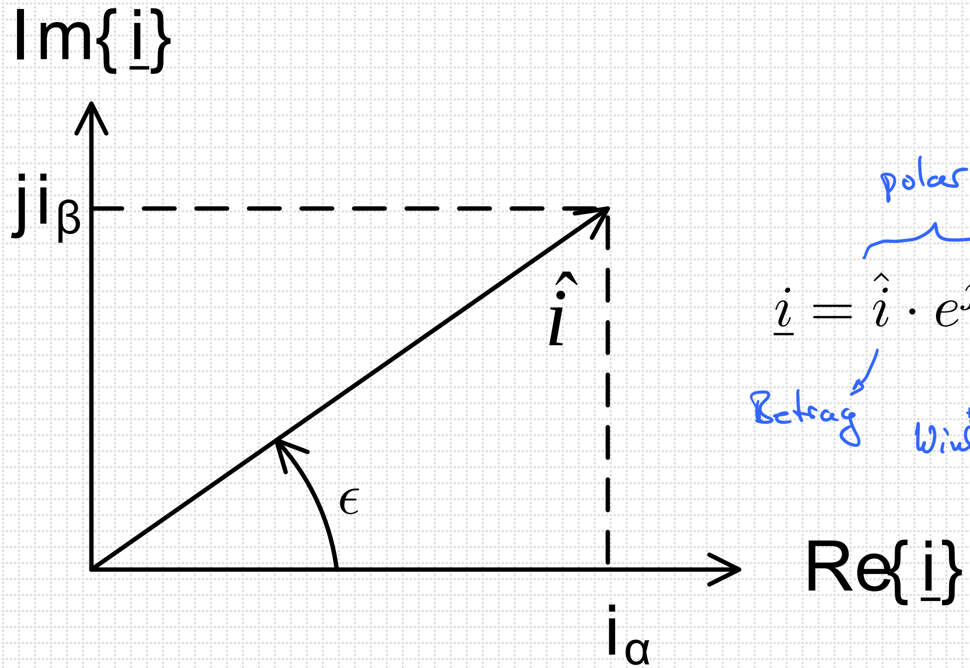
a) Prinzipschaltbild des Pulswechselrichters

b) Zeitverläufe des Zweigspannung bei Blocktaktung

c) Raumzeiger der Spannungen in den Intervallen I-VI

Spannungs-RZ läuft bei Blocktaktung nicht mehr kontinuierlich um, sondern springt im Sechseck
⇓
RZ ist eben ein Momentanwert

Raumzeiger in polarer und kartesischer Darstellung



$$\underline{i} = \overbrace{\underbrace{\hat{i}}_{\text{Betrag}} \cdot e^{\underbrace{j\epsilon}_{\text{Winkel}}}}^{\text{polar}} = \overbrace{\underbrace{i_\alpha}_{\mathrm{Re}\{\underline{i}\}} + j\underbrace{i_\beta}_{\mathrm{Im}\{\underline{i}\}}}^{\text{kartesisch}} = \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}$$

Darstellung einer komplexen Größe in polarer und kartesischer Darstellung

Unterschied „Raumzeiger“ vs. „Vektor“

Vektor	Raumzeiger
• Betrag & Richtung	• Punkt in der komplexen Ebene
• Multiplikation	• Multiplikation:
1) $\vec{x} \cdot \vec{y} = \underbrace{\lvert\vec{x}\rvert \cdot \lvert\vec{y}\rvert \cdot \cos\varphi}_{\text{Skalar}}$ = Skalarprodukt	$\underline{r} \cdot \underline{s} = r \cdot e^{j\varphi} \cdot s \cdot e^{j\sigma} = r \cdot s \cdot e^{j(\varphi + \sigma)}$
2) $\vec{x} \times \vec{y}$ = Kreuzprodukt	→ Beträge multipliziert, Winkel addiert } Drehstreckung
• Addition: vektorielle Addition	• Addition: auch "vektorielle Addition"

deutlich ↔ anders

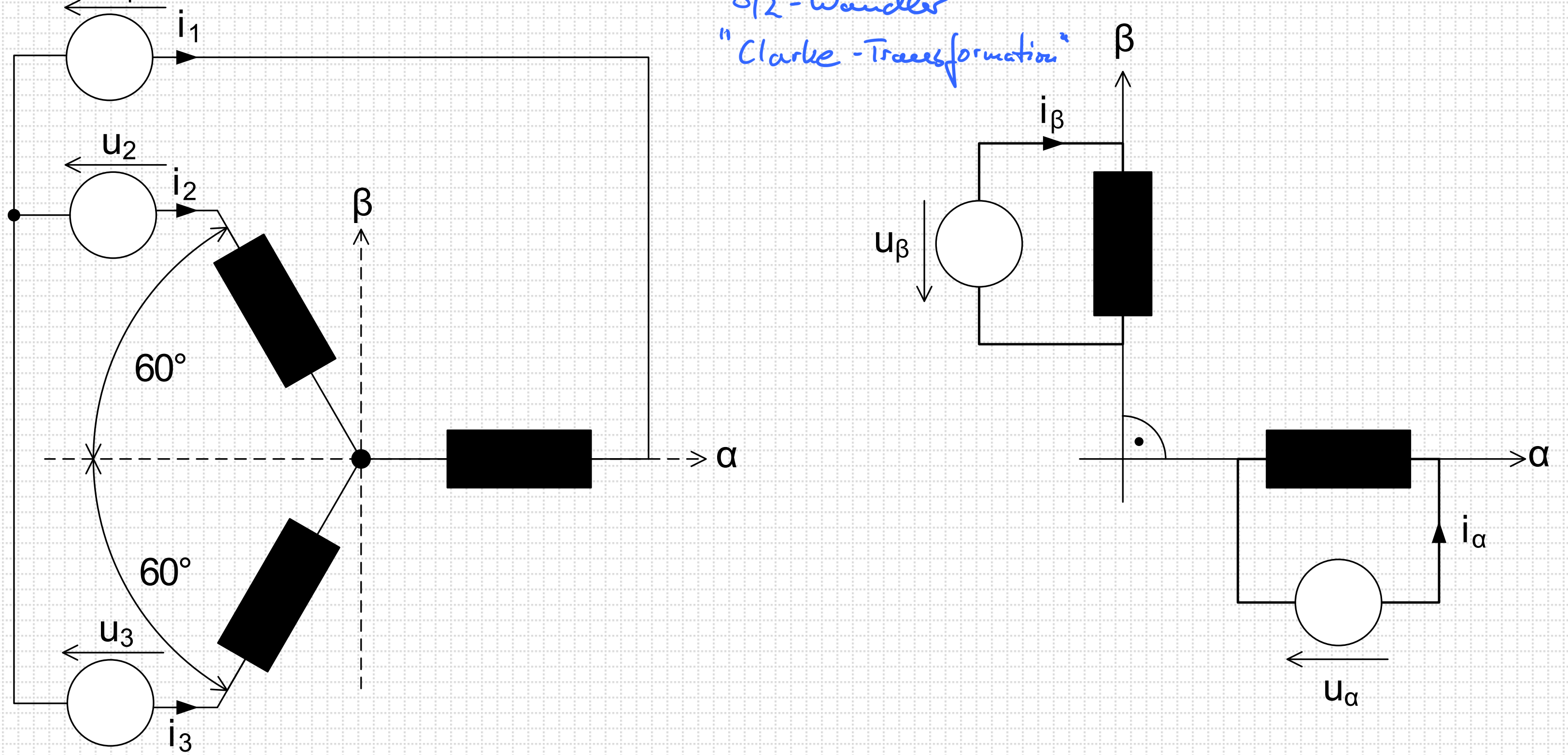
↔ gleich

Raumzeigerdarstellung eines Drehstromsystems

3 Phasengrößen → 2 kplx. Größen

3/2-Wandler

"Clarke-Transformation"



Dreiphasige Darstellung und äquivalente zweiphasige Darstellung eines Drehstromsystems

Der „3/2-Wandler“

$$\underline{i} = \frac{2}{3}\left(i_1 + i_2\underline{a} + i_3\underline{a}^2\right) \overset{!}{=} i_\alpha + j\, i_\beta$$

mit $\underline{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\underline{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$

einsetzen und nach Re und Im umstellen

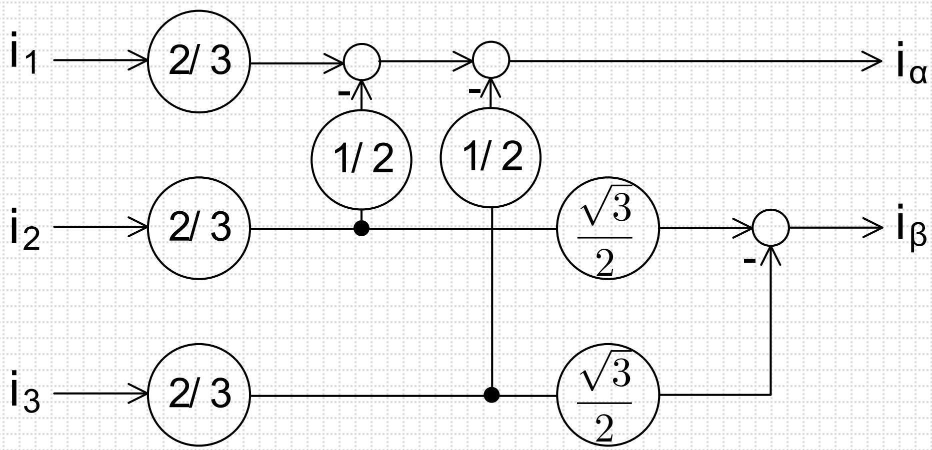
$$= \underbrace{\frac{2}{3}\left(i_1 - \frac{1}{2}i_2 - \frac{1}{2}i_3\right)}_{i_\alpha} + j\,\underbrace{\frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i_3\right)}_{i_\beta}$$

$$\boxed{\begin{aligned} i_\alpha &= \frac{2}{3}\left(i_1 - \frac{1}{2}i_2 - \frac{1}{2}i_3\right) \\ i_\beta &= \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i_3\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(i_2 - i_3\right) \end{aligned}}$$

3/2 - Wandler

Signalflussplan 3/2-Wandler

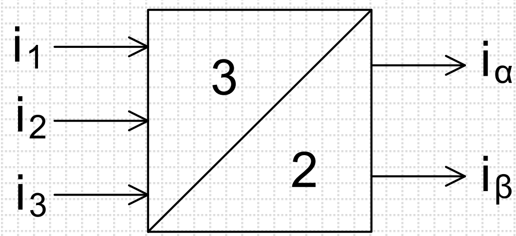
a)



als Multiplikation mit einer Konstanten implementieren, um Rechenzeit zu sparen

b)

3/2-Wandler

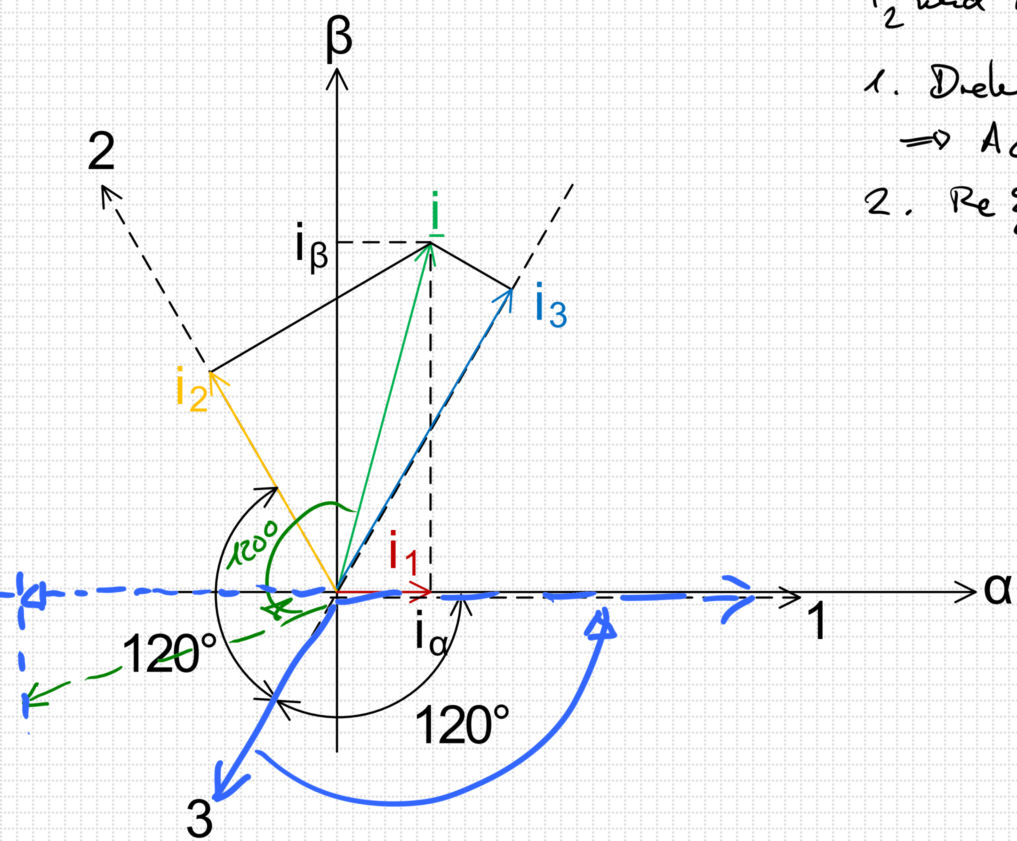


$$\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ 0\end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\end{bmatrix}$$

Signalflussplan a) und Symbol b) eines 3→2 Wandlers

Der „2/3-Wandler“

Der „2/3-Wandler“



$i_1 = \mathrm{Re}\{\underline{i}\} = i_\alpha$

i_2 und i_3?

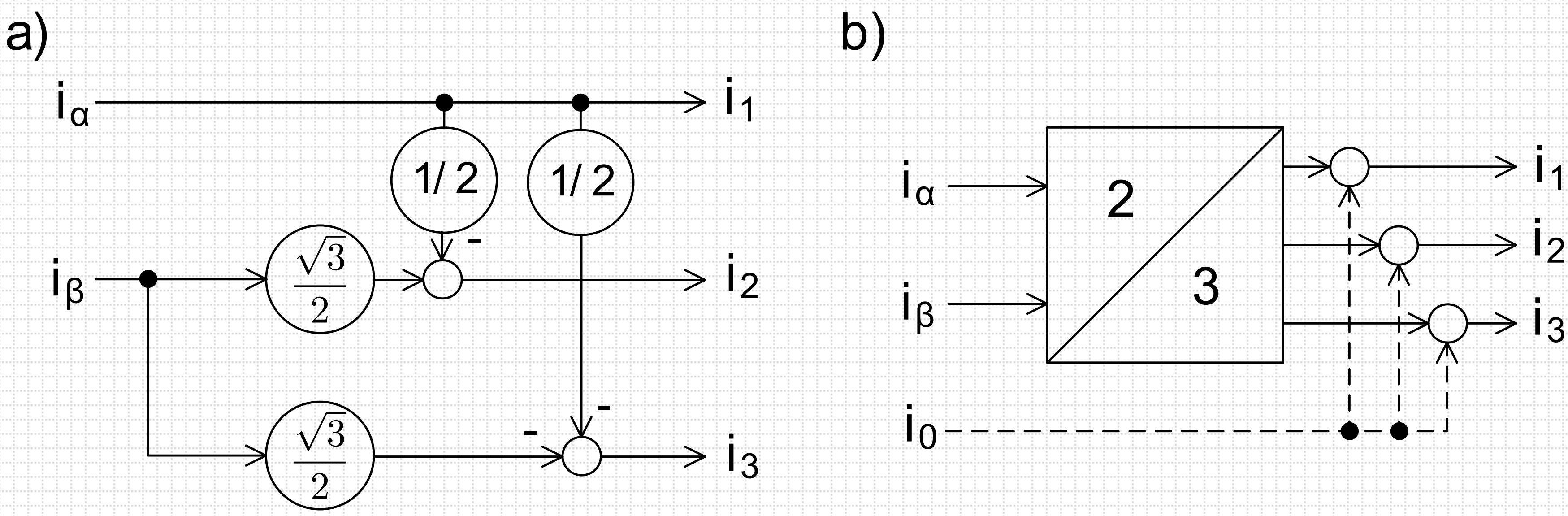
1. Drehung von Achse 3 und $\underline{i}$ um 120°
   $\Rightarrow$ Achse 3 $\hat{=}$ reeller Achse
2. $\mathrm{Re}\{\underline{i} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}\}$ $\hat{=}$ Projektion von $\underline{i}$ auf Achse 3

$$\boxed{\begin{aligned} i_1 &= \mathrm{Re}\{\underline{i}\} &&= i_\alpha \\ i_2 &= \mathrm{Re}\{\underline{i} \cdot \underline{a}^2\} &&= -\tfrac{1}{2} i_\alpha + \tfrac{\sqrt{3}}{2} i_\beta \\ i_3 &= \mathrm{Re}\{\underline{i} \cdot \underline{a}\} &&= -\tfrac{1}{2} i_\alpha - \tfrac{\sqrt{3}}{2} i_\beta \end{aligned}}$$

2/3 - Wandler

Stromraumzeiger $\underline{i}$ und seine Projektionen auf die Wicklungsachsen

Der „2/3-Wandler“

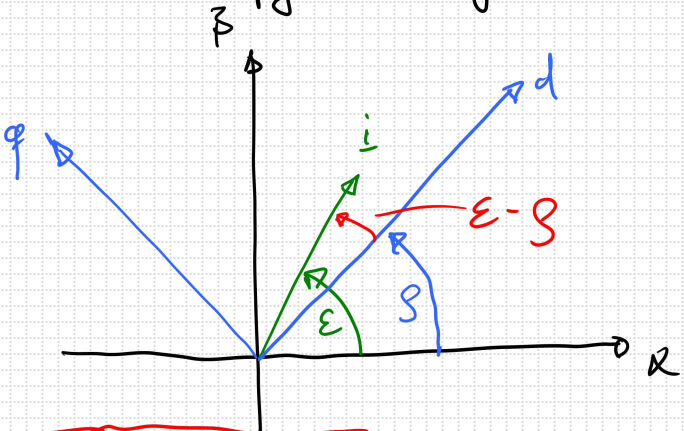


Signalflussplan (a) und Symbol eines 2→3 Wandlers (b)

Der „Vektordreher"

→ eigtl. "Drehstrecker"

wird häufig benötigt → Wechsel des Bezugssystems



Raumzeiger

$\alpha\beta$: $\underline{i} = \hat{i} \cdot e^{j\varepsilon}$

dq : $\underline{i} = \hat{i} \cdot e^{j(\varepsilon - \varrho)}$

$$\boxed{\underline{i}_{dq} = \underline{i}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\varrho}} = \underbrace{\hat{i} \cdot e^{j\varepsilon}}_{\underline{i}_{\alpha\beta}} \cdot e^{-j\varrho} = \boxed{\hat{i} \cdot e^{j(\varepsilon - \varrho)}}$$

polar

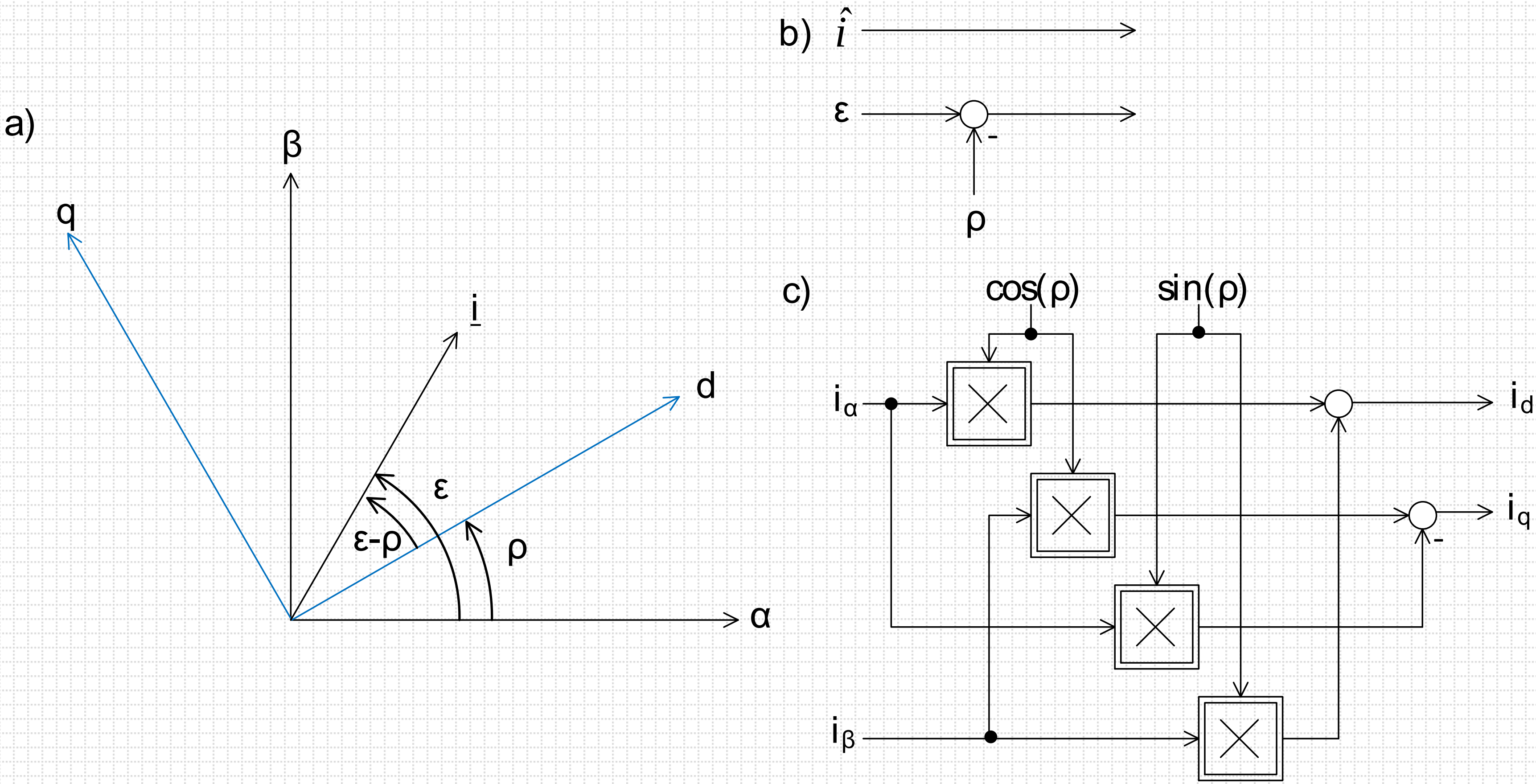
$$= (i_\alpha + j\, i_\beta) \cdot (\cos\varrho - j \sin\varrho)$$

$$= i_\alpha \cos\varrho + i_\beta \sin\varrho + j\, i_\beta \cos\varrho - j\, i_\alpha \sin\varrho \overset{!}{=} i_d + j\, i_q$$

$$\boxed{\begin{aligned} i_d &= i_\alpha \cos\varrho + i_\beta \cdot \sin\varrho \\ i_q &= i_\beta \cos\varrho - i_\alpha \cdot \sin\varrho \end{aligned}}$$

kartesisch

Der „Vektordreher“



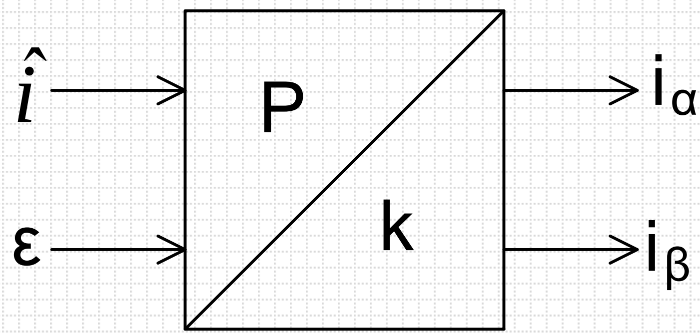
Winkelfunktionen mit CORDIC-Algorithmus implementieren

a) graphische Darstellung eines Vektordrehers

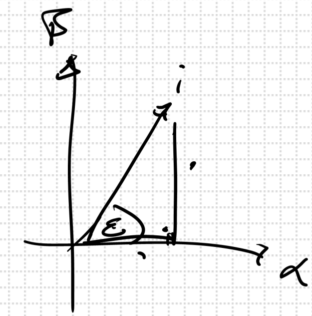
b) Vektordreher für Polarkoordinaten

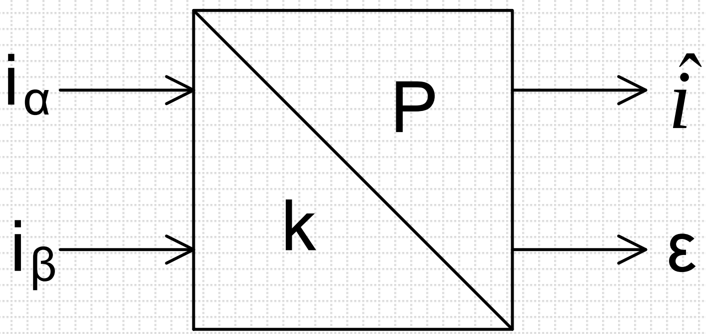
c) Vektordreher für kartesische Koordinaten

Umrechnung polar ↔ kartesisch



$$i_\alpha = \hat{i} \cdot \cos(\varepsilon)$$
$$i_\beta = \hat{i} \cdot \sin(\varepsilon)$$





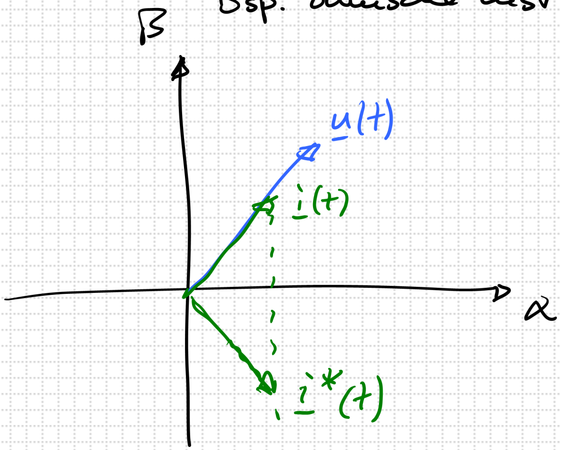
$$\hat{i} = \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2}$$

$$\varepsilon = \arctan\left(\frac{i_\beta}{i_\alpha}\right)$$

kartesisch-Polar (k-P)-Wandler und Polar-kartesisch (P-k)-Wandler

Leistungsberechnung mit Raumzeigern

Bsp. ohmsche Last:



$$p(t) = \frac{3}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\underline{u}(t)\cdot\underline{i}^*(t)\right\}$$

aus Transformation
(damit p(t) auf der reellen Achse liegt)

Faktor $\frac{3}{2}$ zur Kompensation des Faktors $\frac{2}{3}$ der amplitudeninvarianten Transformation